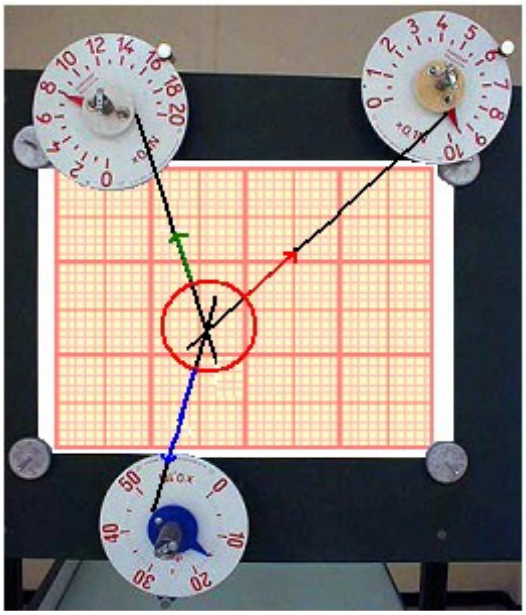
الجـــزء الأول : الميـــــكانيـــك – Mécanique

الوحدة 8 : توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازنة

1. الدراسة التجريبية :

1. 1. التركيب التجريبي

تمثل الصورة جانبه التركيب التجريبي المنجز لدراسة توازن جسم صلب (حلقة) خفيف جدا، تحت تأثير ثلاثة خيوط مشدودة إلى ثلاثة ديناموميترات.



1. 2. ملاحظات :

جرد القوى المطبقة على الحلقة : $\vec{P}$ مهمل أمام القوى الثلاث $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$.

◈ خطوط تأثير القوى الثلاث توجد في نفس المستوى نقول أن هذه الخطوط مستوائية.

◈ خطوط تأثير القوى الثلاث تتقاطع في نقطة واحدة نقول أن الخطوط متلاقية.

1. 3. تمثيل القوى المطبقة على الجسم الصلب

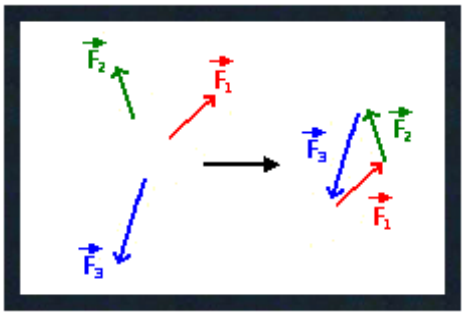
لتمثيل متجهات القوى الثلاث، ينبغي أولا الأخذ بعين الاعتبار مميزات كل واحدة منها، واختيار سلم مناسب.

أ – الطريقة الهندسية :

عندما يصبح الجسم في توازن مستقر، نثبت على السبورة ورقة بيضاء، وبواسطة الإنعكاس الضوئي نحصل على صورة الحلقة و الخيوط الثلاث.

نمثل إنطلاقا من نقطة ما المتجهات $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ باستعمال المسطرة و المنقلة لإزاحة المتجهات بحيث يكون طرف المتجهة $\vec{F}_1$ هو أصل المتجهة $\vec{F}_2$ و طرف المتجهة $\vec{F}_3$ هو طرف المتجهة $\vec{F}_2$

الإنشاء الهندسي المحصل عليه عبارة عن خط مضلعي مغلق لمتجات القوى الثلاث أي أن مجموع متجهات القوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مجموع منعدم.



ب – الطريقة التحليلية :

نرسم على ورق ميليمتري متجهات القوى المطبقة على الحلقة باستعمال سلم مناسب في معلم متعامد وممنظم (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) مرتبط بالمختبر.

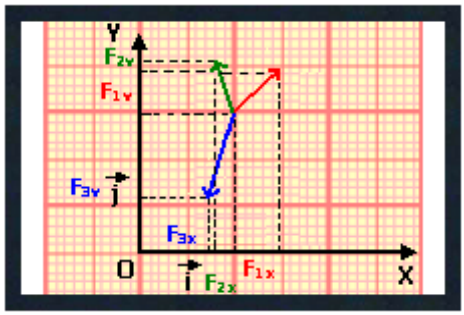
لتديد قيمة F_x و F_y نسقط المتجهة $\vec{F}$ على محوري المعلم

وباعتبار السلم المعتمد نحصل على :

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$$

أي أن مجموع متجهات القوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مجموع منعدم.



2. شروط التوازن :

إذا كان جسم صلب في توازن وهو خاضع لثلاث قوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ ، غير متوازية فإن :

الشرط الأول :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

أي أن الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق، هذا الشرط لازم لسكون مركز قصور الجسم الصلب.

الشرط الثاني :

خطوط تأثير القوى الثلاث مستوائية ومتلاقية.

هذا الشرط لازم لغياب الدوران في حالة تحقق الشرط الأول.

ملحوظة :

إن هاذين الشرطين لازمان للحصول على توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى، لكنهما غير كافيين، إذ يمكن أن يتحقق الشرطان ويكون مركز القصور G للجسم الصلب في حركة مستقيمية منتظمة – (مبدأ القصور).

3. تطبيقات :

3. 1. قوى التماس الموزعة : الاحتكاك

أ – تجربة :

نجر جسما صلبا (S) موضوعا فوق حامل مستو وأفقي، بواسطة دينامومتر كما هو مبين في الشكل أسفله.

نلاحظ أن الجسم يبقى في توازن ما دامت شدة القوة المطبقة عليه من طرف الدينامومتر لا تتعدى قيمة قصوى F_m.

ب – دراسة التوازن :

عندما يكون الجسم الصلب في توازن، فإنه يخضع للتأثيرات التالية :

$\vec{P}$: تأثير الأرض أو وزن الجسم.

$\vec{F}$: تأثير الدينامومتر ($F < F_m$).

$\vec{R}$: تأثير الحامل المستوي.

لمعرفة مميزات $\vec{R}$ نطبق شروط التوازن على الجسم الصلب المدروس.

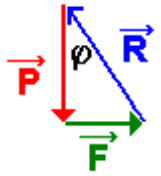
الشرط الأول :

مجموع متجهات القوى الثلاث مجموع منعدم،

وبالتالي :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$$

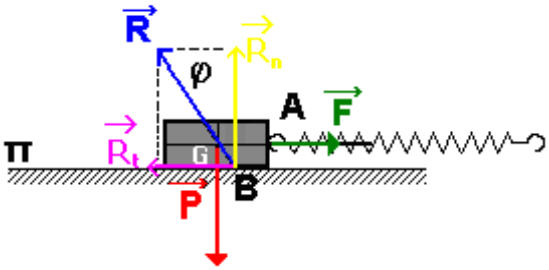
أي أن الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق



$$R = \sqrt{P^2 + T^2}$$

الشرط الثاني :

خطوط تأثير القوى $\vec{P}$ و $\vec{F}$ و $\vec{R}$ مستوائية ومتلاقية ، الشيء الذي يمكن من تحديد نقطة تأثير القوة R : وهي النقطة B.

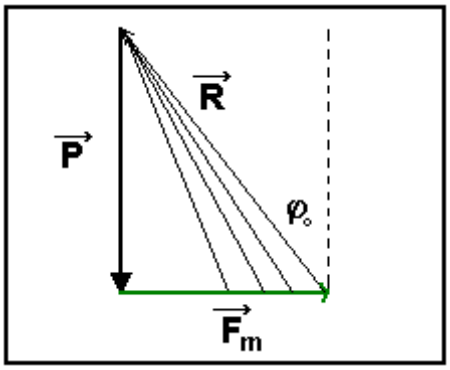


$$\tan\varphi = \frac{R_t}{R_n}$$

يبقى الجسم الصلب في توازن مادامت شدة القوة $\vec{F}$ أصغر من قوة قصوى $\vec{F}_m$. يوضح إنشاء الخط المضلعي أن φ تكبر كلما ازدادت شدة القوة F ، إلى أن تصل إلى قيمة قصوى φ_0.

تسمى φ_0 بزاوية الاحتكاك الساكن وهي القيمة الحدية للزاوية φ التي يفقدعندهاالجسمتوازنه. وهي مقدار فيزيائي يميز التماس بالاحتكاك بين الجسمين.

تزداد φ_0 كلما ازدادت خشونة سطحي التماس.



$$k_0 = \tan\varphi_0 = \frac{F_m}{P}$$

◈ مفهوم الاحتكاك :

تكافئ جميع التأثيرات الموزعة على الجسم S متجهة قوة واحدة $\vec{R}$ مائلة عن الخط المنظمي ولها مفعولان :

- مفعول متعلق بمقاومة حركة الجسم S ويعيق إنزلاقه نحو الحامل.
- مفعول متعلق بمقاومة انغراز الجسم S في المستوى (π).

الشيء الذي يقودنا إلى تعويض $\vec{R}$ بمركبتين :

$\vec{R}_n$: إحداثية منظمية نرمز لها بـــ $\vec{N}$.

$\vec{R}_t$: إحداثية مماسية نرمز لها بـــ $\vec{f}$.

$$\vec{R} = \vec{R}_t + \vec{R}_n = \vec{f} + \vec{N}$$

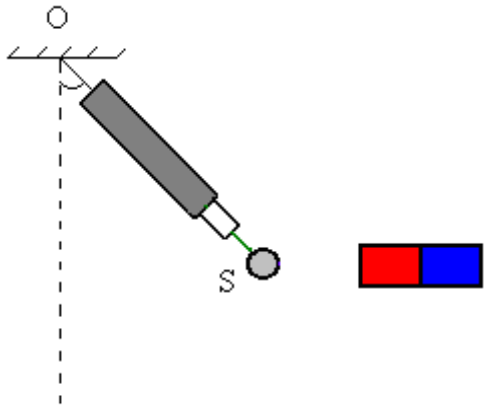
3. 2. تطبيقات :

تطبيق 1 :

نأخذ : $g = 10Nkg^{-1}$.

يمثل الشكل كرية حديدية S كتلتها $m = 0.1kg$

مثبت إلى نابض طوله الأصلي $l_0 = 0.2m$ وصلابته $K = 50Nm^{-1}$. عند تقريب المغناطيس في وضع أفقي من الكرية بمسافة معينة ينحرف النابض مكونا زاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الرأسي المار من O.



1 – أجرد القوى المطبقة على الكرية ؟

1 – باعتبار الكرية في حالة توازن، أحسب شدة القوة $\vec{F}$ المطبقة عليها من طرف المغناطيس ؟

2 – ما هو الطول النهائي للنابض ؟

الأجوبة :

1 – جرد القوى المطبقة على الكرية :

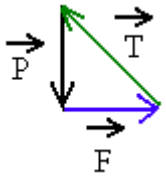
- $\vec{P}$: وزن الكرية.
- $\vec{F}$: القوة المطبقة من طرف المغناطيس.
- $\vec{T}$: القوة المطبقة من طرف النابض.

2 – حساب شدة القوة $\vec{F}$

يوجد الجسم في حالة توازن و هو خاضع لثلاث قوى غير متوازية بتطبيق أحد شرطي التوازن نكتب :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$

أي أن الخط المضلعي المكون من هذه المتجهات عبارة عن خط مضلعي مغلق.



لدينا :

$$\tan\alpha = F / P \Rightarrow F = P \times \tan\alpha$$
$$= m \times g \times \tan\alpha$$

3 – الطول النهائي للنابض :

لدينا :

$$T = K \times \Delta l = K \times (l_f - l_0) \Rightarrow l_f = + l_0$$

لنحسب T :

بتطبيق علاقة بيتاغور

$$T^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow T =$$

إذن :

$$l_f = + l_0$$

تطبيق 2 :

نعتبر جسما (S) كتلته m = 0.2kg في حالة توازن يوجد فوق مستوى مائل حيث يتم التماس بدون احتكاك ومشدود إلى جسم آخر (S′) ذي كتلة (m′) بواسطة خيط غير قابل للامتداد كتلته مهملة يمر بمجرى بكرة .

1– بتطبيق الطريقة الهندسية أوجد تعبير شدة توتر الخيط المطبقة على الجسم (S) بدلالة g ،m و α

2- أوجد تعبير الكتلة m′ بدلالة m و α.

الأجوبة :

1 -

1 – جرد القوى المطبقة على الكرية :

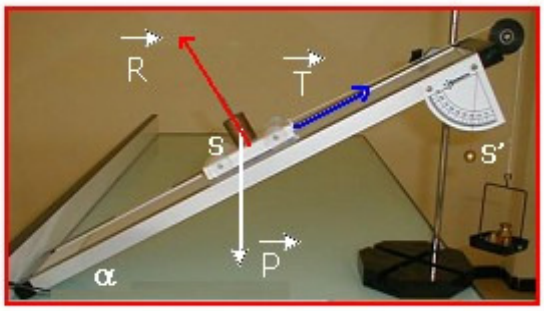
- $\vec{P}$: وزن الكرية.
- $\vec{R}$: القوة التماس المطبقة من طرف السطح المائل.
- $\vec{T}$: القوة المطبقة من طرف الخيط .

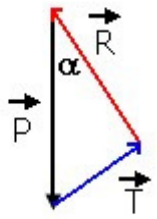
بما أن الجسم في توازن و هو خاضع لثلاث قوى غير متوازية فإن :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$

أي أن الخط المضلعي المكون من هذه المتجهات عبارة عن خط مضلعي مغلق.

الطريقة الهندسية :





إنشاء الخط المضلعي المغلق

تعبير T :

$$\sin\alpha = \Rightarrow T = m\times g\times\sin\alpha$$

2 – تعبير m′.

جرد القوى المطبقة على الجسم (S′).

- $\vec{P}'$: وزن الجسم (S′).
- $\vec{T}'$: القوة المطبقة من طرف الخيط .

البكرة في حالة توازن حيث لا تتغير شدة توتر الخيط.

$$T = T' \Rightarrow T' = m' \times g = m \times g \times \sin\alpha$$

وبالتالي :

$$m' = m \times \sin\alpha$$

ملحوظة :

لدراسة جسم صلب في توازن وهو خاضع لثلاث قوى غير متوازية بالنسبة لمعلم معين نعطي منهجية حل تمرين في السكونيات.

❶ تحديد المجموعة المدروسة.

❷ تحديد المعلم الذي سيتم دراسة فيه هذه المجموعة.

❸ جرد القوى المطبقة على المجموعة المدروسة مع تحديد المتجهة المقرونة بكل مزدوجة.

❹ تمثيل على تبيانة متجهات القوى ذات المميزات المعروفة.

❺ تطبيق شرطي التوازن $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ على المجموعة المدروسة.

❻ يمكن استغلال شرط التوازن بالطريقة الهندسية أو الطريقة التحليلية.

4. توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى متوازية :

4. 1. شروط التوازن :

إذا كان جسم صلب في توازن وهو خاضع لثلاث قوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ متوازية فإن :

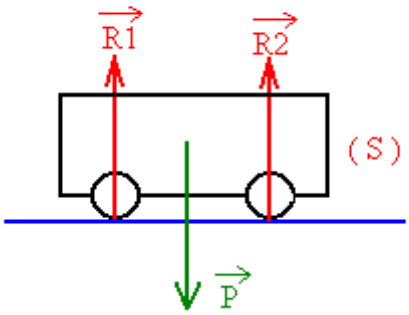
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

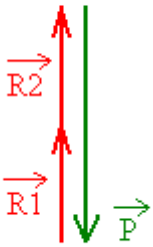
أي أن الخط المضلعي مغلق

خطوط تأثير القوى الثلاث مستوائية غير متلاقية.

4. 2. مثال :

نعتبر الشكل التالي حيث الجسم (S) يوجد في توازن





$$P = R_1 + R_2$$

5. توازن جسم صلب خاضع لعدة قوى :

إذا كان جسم صلب في توازن وهو خاضع لعدة قوى فإن مجموع متجهات هذه القوى مجموع منعدم.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$